Образовательный минимум

Четверть	1
Предмет	Математика
Класс	9

Алгебра

Решением неравенства с одним неизвестным х называют такое число x_0, при подстановке которого в неравенство вместо х получается верное числовое неравенство.

Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Преобразования при решении неравенств:

1. Члены неравенства можно переносить с противоположными знаками из одной части неравенства в другую.
2. В неравенстве можно приводить подобные члены.
3. При умножении (или делении) неравенства на положительное число знак неравенства сохраняется.
4. При умножении (или делении) неравенства на отрицательное число знак неравенства меняется на противоположный.

Алгоритм решения линейных неравенств с одной переменной.

1. Раскрыть скобки.
2. Перенести слагаемые с переменной в левую часть неравенства, а числа – в правую часть, меняя знак переносимого слагаемого на противоположный.
3. Привести подобные слагаемые.
4. Разделить обе части неравенства на коэффициент при переменной.
5. Изобразить множество решений неравенства на координатной прямой.
6. Записать ответ в виде числового промежутка.

Для того чтобы решить систему линейных неравенств, надо решить каждое неравенство этой системы, а затем найти общую часть (пересечение) полученных множеств решений – она и будет множеством всех решений данной системы.

Неравенство вида $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c<0$, $ax^2+bx+c\geq 0$, $ax^2+bx+c \leq 0$, где a, b, c-числа, $a\neq 0$, называют квадратным неравенством с одним неизвестным.

Алгоритм решения квадратных неравенств с одной переменной.

1. Привести неравенство к стандартному виду.
2. Найти дискриминант квадратного трехчлена

3.Если дискриминант $D\geq 0$, то

- найти корни квадратного трехчлена.
- Нанести найденные корни на числовую прямую
- Изобразить эскиз графика $y= ax^2 + bx + c$ относительно оси оХ.
- Определить на каких промежутках оси оХ ординаты графика положительны (отрицательны)
- Записать в ответ промежутки в соответствии со знаком неравенства.

3. **Если дискриминант D<0,** то

- изобразить эскиз графика $y= ax^2 + bx + c$
- Определить знак ординат графика
- Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Алгоритм решения неравенств методом интервалов.
Алгебра

1. **Метод интервалов для решения рациональных неравенств A(x)>0.**
   1). Найти корни x_1, x_2 … из решения уравнения A(x)=0.
   2). Разложить A(x) на множители, т.е. $A(x)=(x-x_1)(x-x_2)\dots$ и составить неравенство $(x-x_1)(x-x_2)\dots>0$.
   3). Отметить числа x_1, x_2 … на числовой прямой и определить знак A(x) в каждом интервале, двигаясь справа налево. При переходе через очередной корень меняют знак, если это корень нечетной кратности, и сохраняют знак, если это корень четной кратности.
   4).В ответ записать интервалы, где поставлен соответствующий знак, для данного неравенства – это «+».

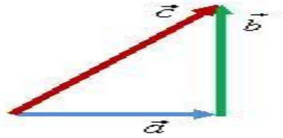
2. **Метод интервалов для решения рациональных неравенства** $\dfrac{A(x)}{B(x)} < 0$
   1). Найти корни x_1, x_2 … из решения уравнений A(x)=0, корни x_3, x_4 .. уравнения B(x)=0.
   2). Составить неравенство $\frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots}{(x-x_3)(x-x_4)\dots} < 0$
   3). Отметить числа x_1, x_2 … на числовой прямой и определить знак дроби в каждом интервале, двигаясь справа налево. При переходе через очередной корень меняют знак, если это корень нечетной кратности, и сохраняют знак, если это корень четной кратности.
   4).В ответ записать интервалы, где поставлен соответствующий знак, для данного неравенства – это «-».

Пример практическая часть
Решите неравенства
1. $4x-8<-2x+10$
2. $x^2 + 4x - 21 \geq 0$
3. $(x-2)(x+4)>0$
4. $(x-3)(x-4)(x+5)<0$;
5. $\frac{x-5}{x+3} > 0$.

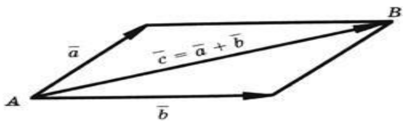
Геометрия
1. **Понятие вектора**: отрезок, для которого указано, какой из его концов считать началом, а какой-концом, называется направленным отрезком или вектором.
2. Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых; нулевой вектор считается сонаправленным любому вектору.
   Коллинеарные векторы могут быть **сонаправленными** или **противоположно направленными**.
3. **Векторы называются равными**, если они сонаправлены и их длины равны.
4. **Векторы называются противоположными**, если они противоположно направлены и их длины равны.
5. От любой точки можно **отложить вектор, равный данному**, и притом только один.

6. Правила сложения векторов:

- правило треугольника вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{в}$



- правило параллелограмма



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{в} = \vec{AB}$

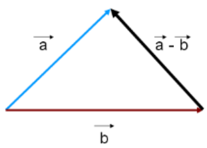
- правило многоугольника.

$\vec{a} + \vec{в} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{\mathrm{OD}}$

<u>7. Правило вычитания векторов</u>:

1. Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют вектор $\vec{c}$ такой, что сумма векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равна вектору $\vec{a}$.

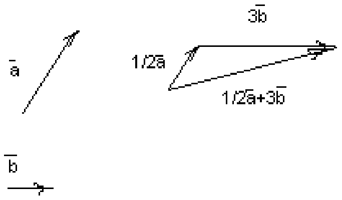
2. Для того, что бы из вектора $\vec{a}$ вычесть вектор $\vec{b}$, нужно к вектору $\vec{a}$ прибавить вектор, противоположный вектору $\vec{b}$.



<u>8. Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k</u> называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна длине вектора $\vec{a}$,умноженной на модуль числа k. Если k -неотрицательное число, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены, и противоположно направлены, если k - отрицательное число.

<u>9. Средней линией трапеции</u> называется отрезок, соединяющий середины её боковых сторон.

Свойство:Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.



Практическая часть

1. Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Постройте вектор, равный $\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}$ (см рисунок)

2. Боковые стороны трапеции равны 13 см и 15 см, а периметр равен 48 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Решение: 48-(13+15)=20 (см) – сумма длин оснований трапеции.

20:2=10 (см) – длина средней линии трапеции (по свойству).

Четверть	**2**
Предмет	**математика**
Класс	**9**

Алгебра

Система уравнений - это условие, состоящее в одновременном выполнении нескольких уравнений относительно нескольких (или одной) переменных:

Методы решения систем уравнений:

1. Решение методом подстановки

Нужно в одном из уравнений выразить одну переменную через другие, а затем полученное выражение подставить в остальные уравнения вместо этой переменной, повторять подобную процедуру пока не будут найдены все переменные.

2. Решение графическим методом

Если построить графики для каждого уравнения в одной системе координат, решениями системы уравнений будут **точки пересечения графиков.**

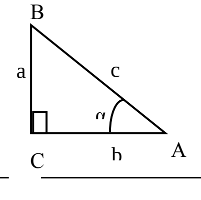
Графический метод – самый неточный. Практически его можно применять только для систем **линейных** уравнений (вида $y=ax+b$y=ax+b y=ax+b y=ax+b), графиками которых являются прямые. Если же хотя бы одно из уравнений имеет более сложный вид (содержит квадрат, корень, логарифм и т.д.), то не рекомендуется использовать графический метод (только для иллюстраций).

3. Решение методом сложения

Метод сложения основан на следующем: если сложить левые части двух (или больше) уравнений, полученное выражение будет равно сложенным правым частям этих же уравнений.

Геометрия

Расстояние между точками A и B A(x_1; y_1) и B(x_2; y_2)	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Координаты (x; y) середины отрезка AB с концами A(x_1; y_1) и B(x_2; y_2)	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
Общее уравнение прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n}$\{a; b\}	$ax + by + c = 0$
Уравнение окружности. R- радиус; (x_0; y_0) - центр окружности.	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
A(x_1; y_1) и B(x_2; y_2), координаты $\overrightarrow{AB}$:	$\overrightarrow{AB}$ \{x_2-x_1; y_2-y_1\}
Сложение и вычитание векторов $\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$	$\vec{a}\{a_1; a_2\} + \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 + b_1;\ a_2 + b_2\}$ $\vec{a}\{a_1; a_2\} - \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 - b_1;\ a_2 - b_2\}$
Умножение вектора $\{\overrightarrow{a_1; a_2}\}$ на число λ	$\{\overrightarrow{a_1; a_2}\}\lambda = \{\overrightarrow{\lambda a_1; \lambda a_2}\}$

 	СИНУС	Отношение противолежащего катета к гипотенузе $\sin\alpha = \frac{a}{c}$
	КОСИНУС	Отношение прилежащего катета к гипотенузе $\cos\alpha = \frac{b}{c}$

c = AB – гипотенуза a = BC – катет, противолежащий углу α b = AC – катет, прилежащий к углу α	ТАНГЕНС	Отношение противолежащего катета к прилежащему $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$
	КОТАНГЕНС	Отношение прилежащего катета к противолежащему. $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Площадь треугольника равна	половине произведения его сторон на синус угла между ними $S = \frac{1}{2}ab\sin C$
Теорема синусов	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, где R – радиус описанной окружности. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.
Теорема косинусов	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ $a^2 = c^2 + b^2 - 2bc\cos A$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos B$ Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Практическая часть

1. Найти площадь треугольника ABC, если AB=4, AC=5, угол A равен 30°.

Решение: $S = \frac{1}{2}ab\sin C$. $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot \sin 30^\circ = 5$.

2. В треугольнике ABC найти радиус описанной окружности, если AB=$2\sqrt{2}$, $\angle C = 45^\circ$.

Решение: $R = \frac{AB}{2\sin C}$; $R = \frac{2\sqrt{2}}{2\sin 45^\circ} = 2$.

3. В треугольнике ABC найти BC^2, если AC=2, AB=3, $\angle A = 60^\circ$.

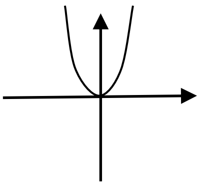
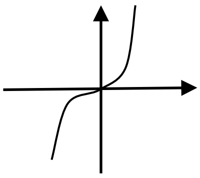
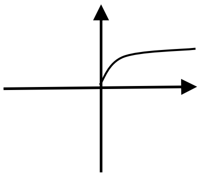
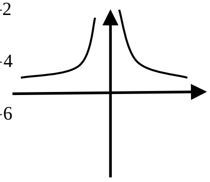
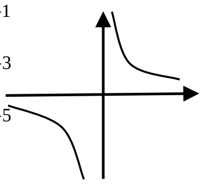
Решение: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB\cdot AC\cos A$; $BC^2 = 4 + 9 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot \frac{1}{2} = 7$.

Четверть	**3**
Предмет	**Математика**
Класс	**9**

Алгебра

Числовые функции

1. **Степенная функция**.

$y = x^n, \quad где \quad n \in N, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1$			
$y = x^2$ $y = x^4$ $y = x^6$ … 	$y = x^3$ $y = x^5$ $y = x^7$ … 	$y = \sqrt[n]{x}$ $x \geq 0$ $n \geq 2$ 	
$y = x^{-2}$ $y = x^{-4}$ $y = x^{-6}$ … 	$y = x^{-1}$ $y = x^{-3}$ $y = x^{-5}$ … 		

2. **Арифметическим корнем степени n** из неотрицательного числа а называют неотрицательное число, n-ая степень которого равна а.

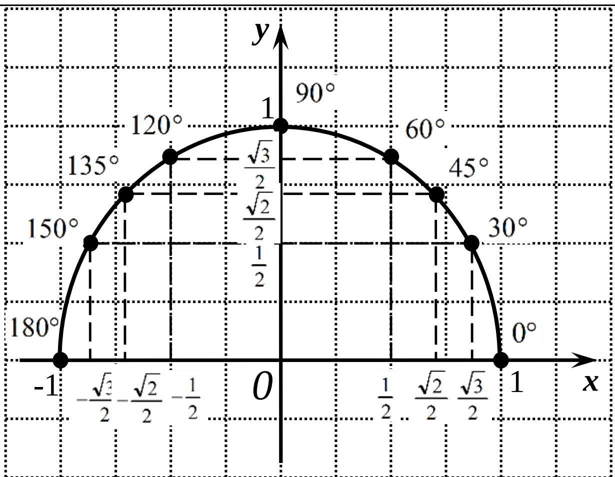
Свойства:

$(\sqrt[n]{a})^n = a$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[mn]{a^m} = \sqrt[n]{a}$	$(\sqrt[n]{a})^{\mathrm{m}} = \sqrt[n]{a^m}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Практическая часть.

1. Анализ и построение графиков функций.
2. Вычислить : а).5-$\sqrt{16}$; б). 2+$\sqrt[3]{-27}$; в). 4-$\sqrt[4]{16}$; г). $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$; д). $\frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}}$

Геометрия

	**sinα** – ордината точки, лежащей на единичной окружности **cos α** – абсцисса точки, лежащей на единичной окружности **tgα** – отношение синуса угла к косинусу того же угла **ctg α** - отношение косинуса угла к синусу того же угла

α	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**120°**	**135°**	**150°**	**180°**

sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tgα	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Не существует	$-\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctgα	Не существует	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	Не существует

Правильные многоугольники.

1. Величина угла правильного многоугольника: $\alpha_n = \frac{(n-2)}{n} \cdot 180$.

2. Пусть S – площадь правильного n-угольника, a_n - его сторона, P – периметр, r и R – радиусы соответственно вписанной и описанной окружностей. Тогда

   $S = \frac{1}{2} Pr$, $a_n = 2R \sin\frac{180^0}{n}$, $r = R \cos\frac{180^0}{n}$.

Длина окружности. Площадь круга.

1. Длина окружности: $C = 2\pi R$. Длина дуги окружности: $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$.

2. Площадь круга: $S = \pi R^2$. Площадь кругового сектора: $S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$.

Четверть	**4**
Предмет	**Математика**
Класс	**9**

Алгебра

1. Арифметическая прогрессия

Арифметическая прогрессия - числовая последовательность a_1, a_2, ...,$a_п$, заданная рекуррентной формулой $a_{п+1}=a_п+d$, где d – любое число, п- натуральное.

Число d называется ***разностью*** арифметической прогрессии.

Свойство арифметической прогрессии: $a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

Формула n-го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$

Сумма n первых членов арифметической прогрессии $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ *или* $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

2.Геометрическая прогрессия

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность b_1, b_2, ...,$b_п$, заданная рекуррентной формулой $b_{п+1}=b_пq$,где q- некоторое число, $q \neq 0$, $b_п \neq 0$, п- натуральное.

Число q называется знаменателем геометрической прогрессии.

Свойство геометрической прогрессии: $b_n^{\,2} = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

Формула n-го члена геометрической прогрессии: $b_n = b_1 q^{(n-1)}$

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

1) при $q \neq 1$ $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ *2) при* $q = 1$ $S_n = b_1 \cdot n$

Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей*, если* $|q| < 1$.

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии *равна* $S = \dfrac{b_1}{1-q}$

Практическая часть.

1. Найдите двадцатый член арифметической прогрессии 1,2; 3,3; …

   Решение: b_1=1,2, b_2=3,3. Тогда d=3,3-1,2=2,1. b_{20} =b_1+19d=1,2+19·2,1=41,1.

   Ответ: 41,1.
2. Двадцать пятый член арифметической прогрессии $\{b_n\}$ равен 3, а тридцатый член равен 2,5. Найдите первый член и разность этой арифметической прогрессии.

   Решение: d=$\dfrac{b_{30}-b_{25}}{30-25} = \dfrac{2{,}5-3}{5} = -0{,}1$. b_1=b_{25} – 24d=3-24·(-0,1)=5,4.

   Ответ: 5,4.
3. Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии -3,1; -3,5; …

   Решение: d = a_2 -a_1 =-3,5-(-3,1)=-0,4. S_{20}=$\dfrac{2a_1+19d}{2} \cdot 20 = \dfrac{2\cdot(-3{,}1)+19\cdot(-0{,}4)}{2} \cdot 20 = -138$

   Ответ: -138.
4. Найдите пятый член геометрической прогрессии $\frac{1}{27}$; - $\frac{1}{18}$; …

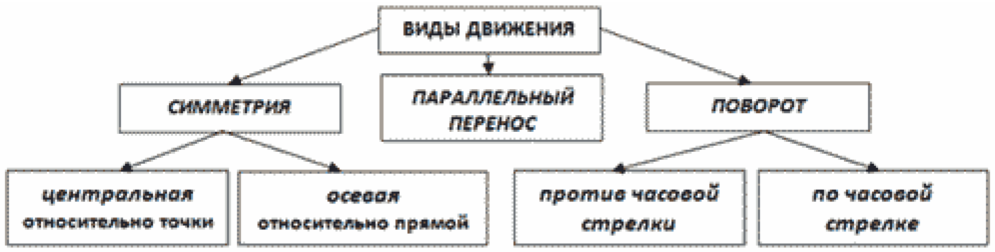
   Решение: q= $a_2 : a_1 = -\frac{1}{18} : \frac{1}{27} = -\frac{3}{2}$. $a_1 \cdot q^4 = \frac{1}{27} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3}{16}$.

   Ответ: $\frac{3}{16}$
5. Первый член геометрической прогрессии равен 36, а знаменатель равен $-\frac{2}{3}$. Найдите сумму первых пяти членов этой прогрессии.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Простейшие задачи.

Геометрия

Движение



Практические задания

Стереометрия

1. Знакомство с геометрическими телами: куб, шар, цилиндр.

2. Понятие границы геометрического тела, секущей плоскости, сечения тела:
   Поверхность геометрического тела – его **граница**.
   Плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного тела, называется **секущей плоскостью** этого тела.
   Фигура, которая образуется при пересечении тела с секущей плоскостью, называется **сечением** тела.
3. Изображение геометрических тел на чертеже.