# Образовательный минимум

| Полугодие | 1 |
|---|---|
| Предмет | Математика |
| Класс | 10 |

## Алгебра

**Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения. Преобразование тригонометрических выражений.**

### ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ 2) $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$

3) $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 4) $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

5) $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ 6) $1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

### ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ УГЛОВ

7) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha$

8) $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta - \sin\beta\cdot\cos\alpha$

9) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$

10) $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta$

11) $tg(\alpha\pm\beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha\cdot tg\beta}$

### ФОРМУЛЫ ДВОЙНЫХ И ПОЛОВИННЫХ УГЛОВ

12) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

13) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ 14) $tg 2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

### ФОРМУЛЫ ЧЕТНОСТИ

15) $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ 16) $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

17) $tg(-\alpha) = -tg\alpha$ 18) $ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$

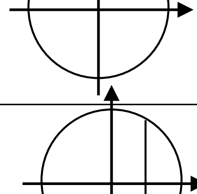
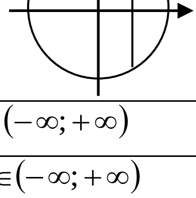
**Мнемоническое правило для формул приведения:**

1) В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$

2) Если аргумент равен $\dfrac{\pi}{2} \pm t$ или $\dfrac{3\pi}{2} \pm t$ ($90° \pm \alpha$ или $270° \pm \alpha$), то функция заменяется на кофункцию.

Если угол равен $\pi \pm t$ или $2\pi \pm t$ ($180° \pm \alpha$ или $360° \pm \alpha$), то функция не меняется.

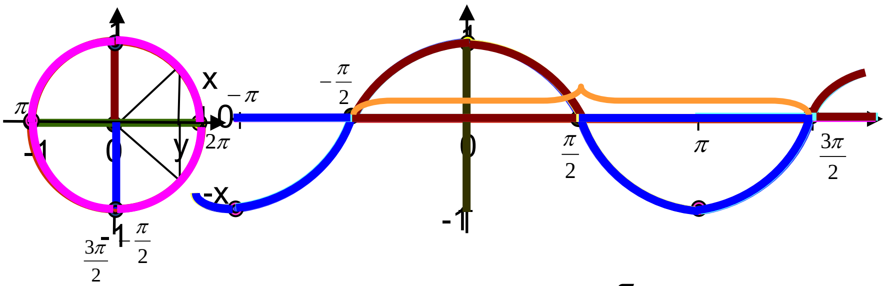
| | | | |
|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha}$<br>$\boldsymbol{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha}$ | $\boldsymbol{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha}$<br>$\boldsymbol{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\sin\alpha}$ | $\boldsymbol{\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha}$<br>$\boldsymbol{\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha}$ | $\boldsymbol{\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha}$<br>$\boldsymbol{\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha}$ |

| Уравнение | Формула корней | Частные случаи |
|---|---|---|
| $\sin t = a$<br>$a \in [-1;1]$ | $t_1 = \arcsin a + 2\pi n,\ n\in Z$<br>$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n$<br> | $\sin t = -1$ $t = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$<br>$\sin t = 0$ $t = \pi n,\ n\in Z$<br>$\sin t = 1$ $t = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$ |
| $\cos t = a$<br>$a \in [-1;1]$ | $t = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n\in Z$<br> | $\cos t = -1$ $t = \pi + 2\pi n,\ n\in Z$<br>$\cos t = 0$ $t = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n\in Z$<br>$\cos t = 1$ $t = 2\pi n,\ n\in Z$ |
| $\mathrm{tg}\, t = a$ | $t = \mathrm{arctg}\, a + \pi n,\ n\in Z$ при $a\in(-\infty;+\infty)$ | $\mathrm{tg}\, t = 0$ $t = \pi n,\ n\in Z$ |
| $\mathrm{ctg}\, t = a$ | $t = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n,\ n\in Z$ при $a\in(-\infty;+\infty)$ | $\mathrm{ctg}\, t = 0$ $t = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n\in Z$ |

| | |
|---|---|
| Областью определения функции называется | множество всех действительных значений независимой переменной, для каждого из которых функция принимает действительные значения. |
| Областью значений функции f(x) называют | множество всех чисел f(x) , соответствующих каждому x из области определения функции. |
| Функция y=f(x) принимает на множестве X наименьшее значение в точке $x_0$, | если $x_0$ € X и $f(x_0) \le f(x)$ для всех x € X. |
| Функция y=f(x) принимает на множестве X наибольшее значение в точке $x_0$, | если $x_0$ € X и $f(x_0) \ge f(x)$ для всех x € X. |
| Функцию y=f(x) с областью определения X называют четной, | если для любого x € X число (-x) € X и справедливо равенство f(-x)= f(x). |
| Функцию y=f(x) с областью определения X называют нечетной, | если для любого x € X число (-x) € X и справедливо равенство f(-x)= -f(x). |
| Функцию y=f(x) с областью определения X называют периодической, | если существует число T≠0, такое,что для любого x € X число (x+T) € X, число (x-T) € X и справедливо равенство f(x+T)= f(x). |
| Функцию y=f(x), определенную на промежутке X, называют неубывающей на этом промежутке, | если для любой пары чисел $x_1$ и $x_2$ из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) \le f(x_2)$. |
| Функцию y=f(x), определенную на промежутке X, называют невозрастающей на этом промежутке, | если для любой пары чисел $x_1$ и $x_2$ из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) \ge f(x_2)$. |
| Нулем функции y=f(x) называют | число $x_0$, принадлежащее области определения функции, если $f(x_0) = 0$ |
| Промежутком знакопостоянства функции называют | множество значений независимой переменной x из области определения функции, для каждого из которых соответствующие значения этой функции имеют один и тот же знак. |

## Практическая часть.

## <u>Функция y=cosx</u>




8) *монотонность*:

а) *функция* ↑ *на* $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$

б) *функция* ↓ *на* $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$

9) *промежутки знакопостоянства*:

а) $y > 0$ *на* $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$

б) $y < 0$ *на* $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2) $E(y) = [-1; 1]$

3) *Периодичность*: $T = 2\pi$

4) *Функция четная*

5) $y = 0$ *при* $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$

6) $y_{наиб.} = 1$ *при* $x = 2\pi n$

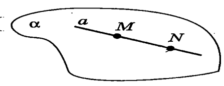
7) $y_{наим.} = -1$ *при* $x = \pi + 2\pi n$

### Геометрия

***Аксиомы стереометрии***

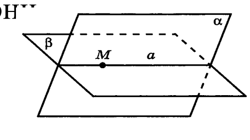
***Аксиома плоскости***: Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

***Аксиома прямой и плоскости***: Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точ




прямой лежат в этой плоскости.

***Аксиома пересечения плоскостей***: Если две плоскости имеют общую точку, то он

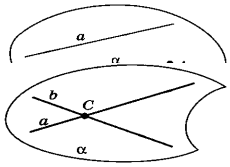


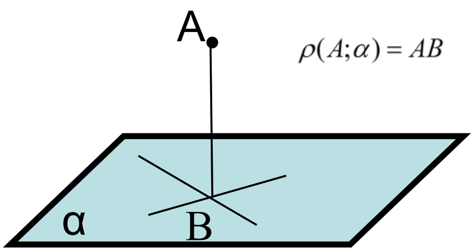
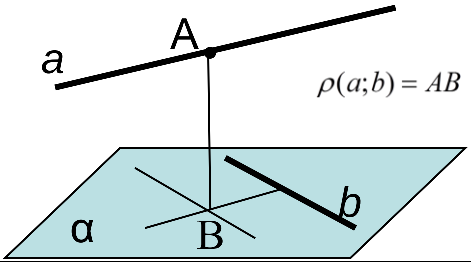
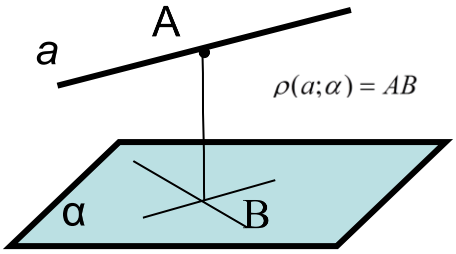
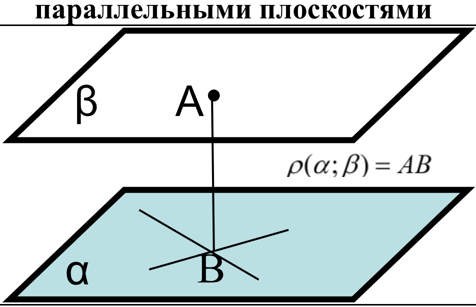
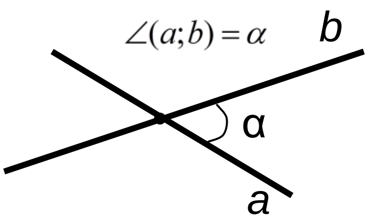
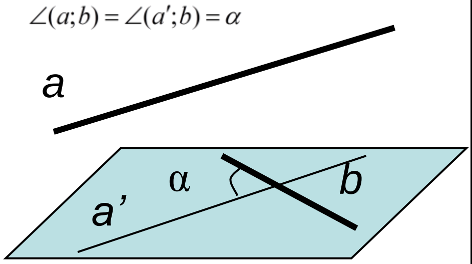

имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

**Следствия из аксиом стереометрии:**

***Теорема о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку*:** Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

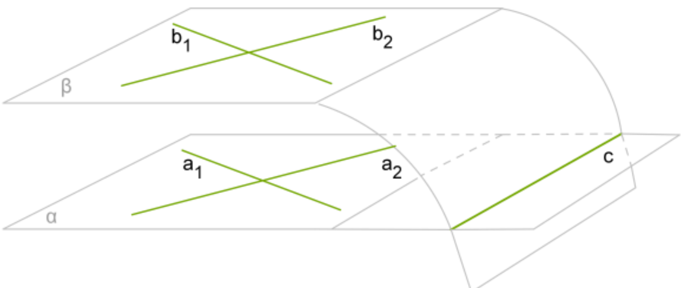
***Теорема о плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые*:** Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.




| **РАССТОЯНИЯ И УГЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ** | | |
|---|---|---|
| **Расстояние от точки до плоскости** | **Расстояние между скрещивающимися прямыми** | **Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью** |
|   |   |   |
| *Длина перпендикуляра, проведенного из точки к плоскости* | *Длина перпендикуляра, проведенного из любой точки одной из скрещивающихся прямых к параллельной ей плоскости, содержащей другую прямую* | *Длина перпендикуляра, проведенного из любой точки прямой к этой плоскости* |
| **Расстояние между параллельными плоскостями** | **Угол между пересекающимися прямыми** | **Угол между скрещивающимися прямыми** |
|   |   |   |
| *Длина перпендикуляра, проведенного из любой точки одной плоскости к другой* | *Меньший из углов, образованных данными прямыми* $0^0 < \alpha \le 90^0$ | *Угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными (совпадающими) данным скрещивающимся прямым* |

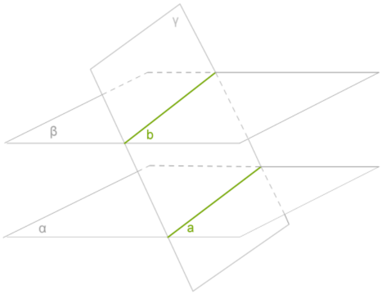
**Признак параллельности плоскостей.**

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

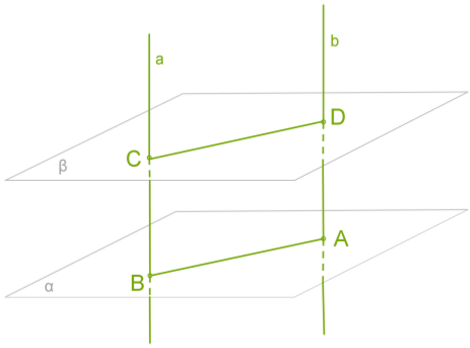



Свойства параллельных плоскостей

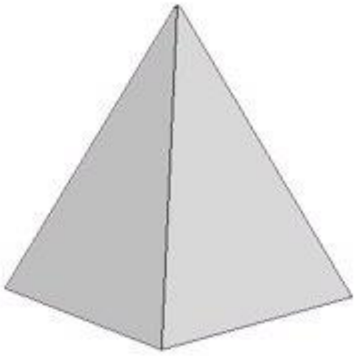
**Теорема 1.** Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.

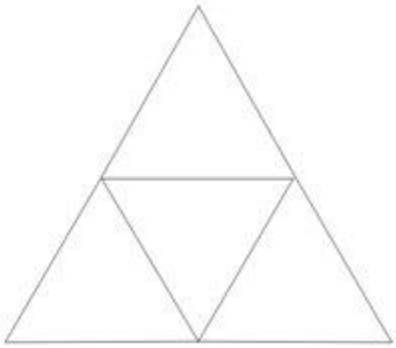



**Теорема 2.** Отрезки параллельных прямых, заключённых между двумя параллельными плоскостями, равны.




**Тетраэдр. Виды тетраэдров**





Тетраэдр (четырёхгранник) — многогранник, гранями которого являются четыре треугольника (от греческого tetra — четыре и hedra — грань).

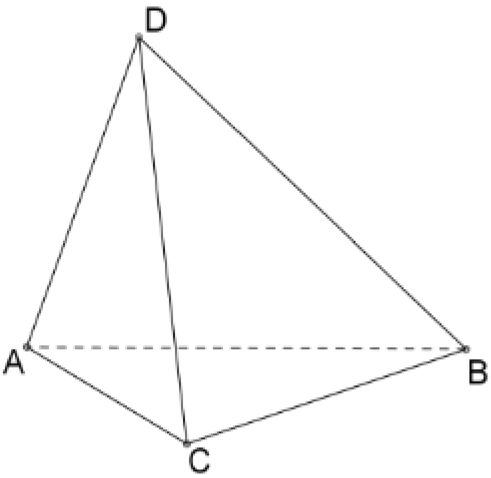



Рис. 1

У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер (Рис. 1).

Один из треугольников называется **основанием** тетраэдра, а три остальные — **боковыми гранями** тетраэдра.

В зависимости от видов треугольников и их расположения выделяют разные виды тетраэдров.
В школьном курсе чаще говорят о следующих видах тетраэдра:
- **равногранный тетраэдр**, у которого все грани — равные между собой треугольники;
- **правильная треугольная пирамида** — основание — равносторонний треугольник, все боковые грани — одинаковые равнобедренные треугольники (Рис. 3);
- **правильный тетраэдр**, у которого все четыре грани — равносторонние треугольники (Рис. 2).

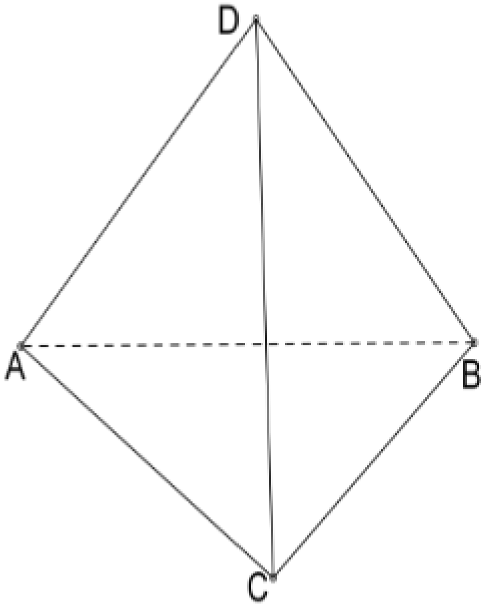



Рис. 2

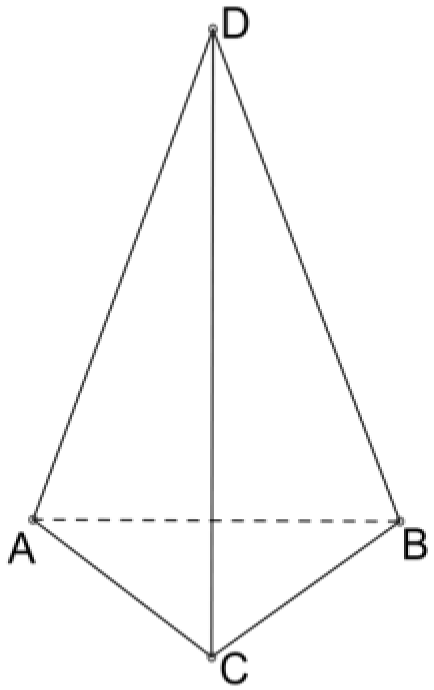
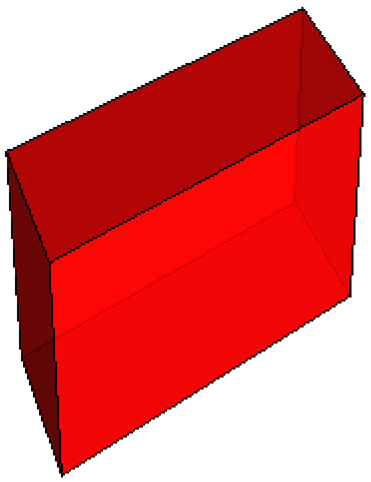
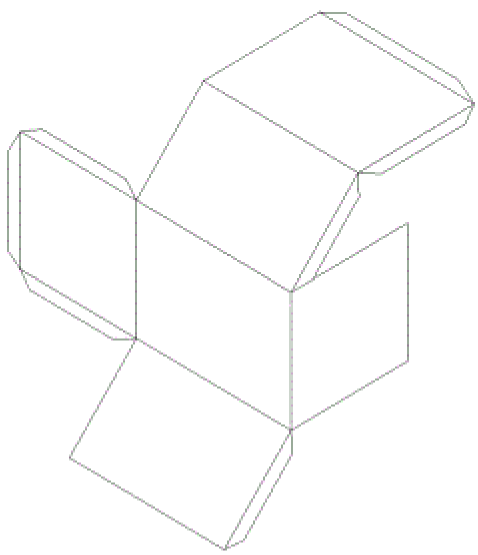



Рис. 3

**Свойство правильного тетраэдра:**
из определения правильного многогранника следует, что все рёбра тетраэдра имеют равную длину, а грани — равную площадь.

Параллелепипед. Виды параллелепипедов





Параллелепипедом называется многогранник, у которого 6 граней — параллелограммы.

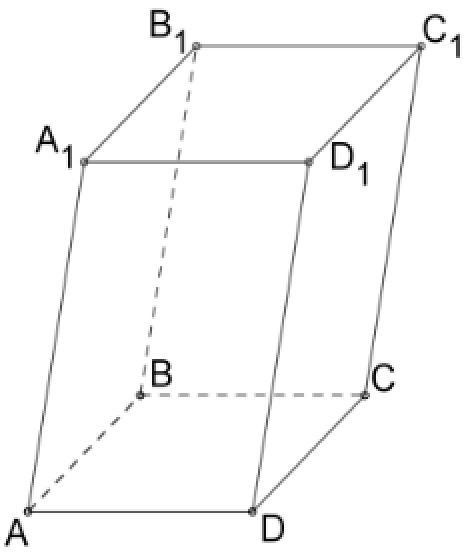



Рис. 4

У параллелепипеда, как отмечено, 6 граней, 8 вершин и 12рёбер (Рис. 4).

Две грани параллелепипеда, имеющие общее ребро, называются смежными, а не имеющие общих рёбер — противоположными.

Обычно выделяют какие-нибудь две противоположные грани и называют их основаниями, а остальные грани — боковыми гранями параллелепипеда.

Рёбра параллелепипеда, не принадлежащие основаниям, называют боковыми рёбрами.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется диагональю параллелепипеда (Рис. 5).

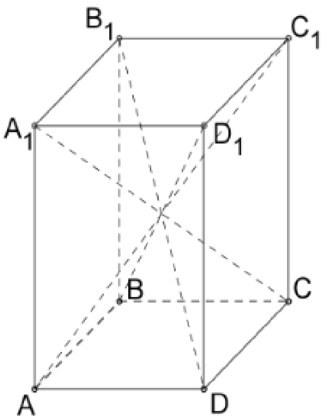



Рис. 5

В зависимости от видов параллелограммов и их расположения выделяют разные виды параллелепипедов:

параллелепипеды могут быть прямые и наклонные.

У **прямых** параллелепипедов боковые грани — прямоугольники (Рис. 5),

у **наклонных** — параллелограммы (Рис. 4).

Прямой параллелепипед, у которого основанием тоже является прямоугольник, называется **прямоугольным параллелепипедом**.

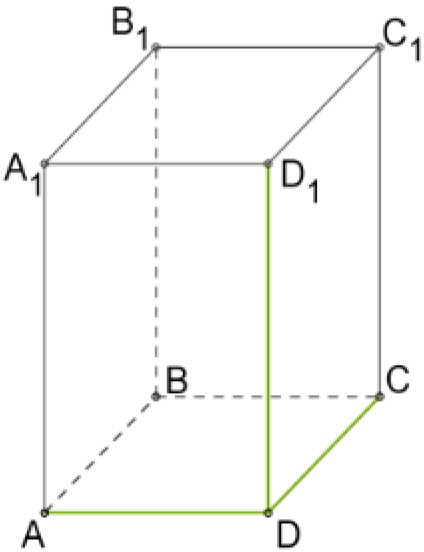



Рис. 6

Длины непараллельных рёбер прямоугольного параллелепипеда называются его **линейными размерами (измерениями)**.

У прямоугольного параллелепипеда — три линейных размера: $DA$, $DC$ , $DD1$ (Рис. 6).

**Свойства параллелепипеда:**

- противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.
- Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
- Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.

Построение сечения тетраэдра и параллелепипеда

**Плоскостью сечения многогранника** можно назвать любую плоскость, по обе стороны которой находятся точки многогранника.

Секущая плоскость пересекает грани многогранников по отрезкам.

Многоугольник, сторонами которого являются эти отрезки, называется сечением многогранника.

Так как у тетраэдра 4 грани, то сечением тетраэдра может быть треугольник (Рис. 7) или четырёхугольник (Рис. 8).

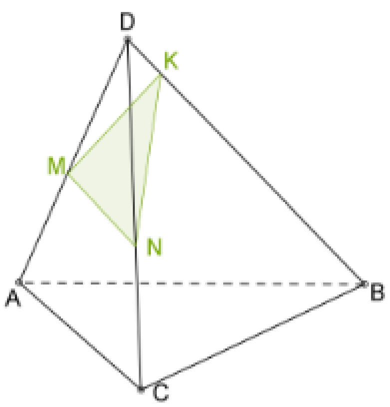



Рис. 7

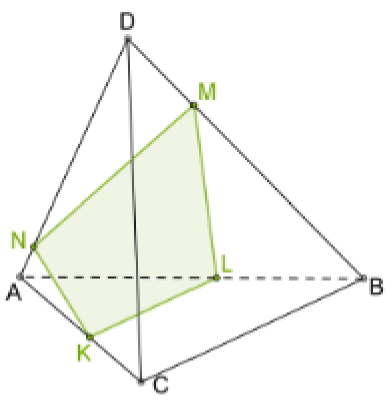



Рис. 8

У параллелепипеда 6 граней, поэтому сечением этого многогранника может быть треугольник (Рис. 9), четырёхугольник ( Рис. 10), пятиугольник (Рис. 11) или шестиугольник (Рис. 12).

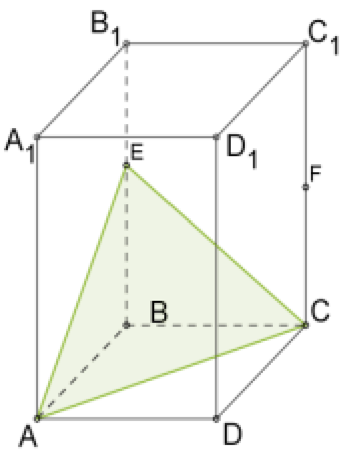


Рис. 9

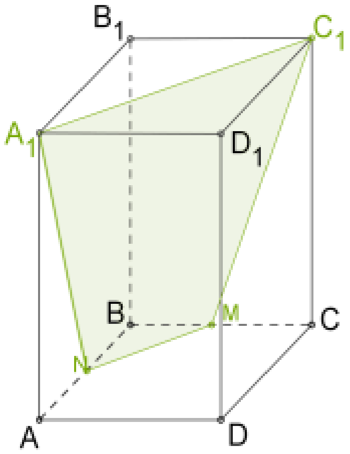


Рис. 10

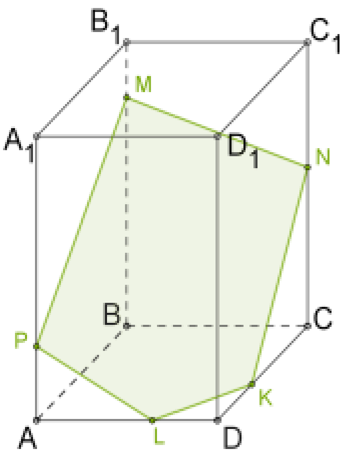


Рис. 11

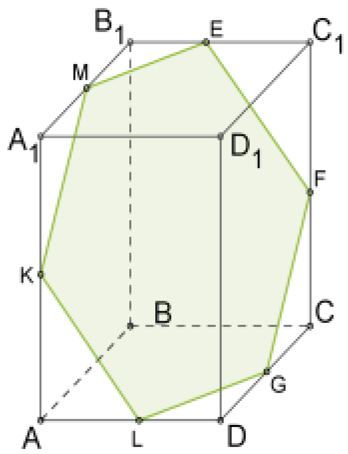


Рис. 12

При построении сечения надо вспомнить следующие знания из предыдущих тем:

1. если две точки прямой принадлежат плоскости, то прямая находится в этой плоскости.
2. Если две плоскости имеют общую точку, то эти плоскости пересекаются по прямой.
3. Если плоскость пересекает две параллельные плоскости, то линии пересечения параллельны.